

1 はじめに

微分法の応用に以下のような問題が教科書によくある。

問題 a を定数とする。方程式 $a = \frac{e^x}{x}$ の異なる実数解の個数を求めよ

この問題では $f(x) = \frac{e^x}{x}$ のグラフと $y=a$ の共有点の個数を求めることが定番であるが、少し見方を考えるだけで豊かな数学的な見方・考え方ができる授業となる。その際に geogebra がその一助となる。

2 授業展開

時間	学習内容・学習活動 ○質問・発問・指示 S: 生徒の反応・学習活動	指導上の留意点 ・留意点 T 教師の手立て ◇評価規準（評価方法）
導入 8分	○課題①プリント 方程式 $x^3 - 3x^2 - a = 0$ が異なる3個の実数解を持つように 定数 a の値の範囲を求めよ。 S1: 文字定数を分離して、 a の範囲を求めている。 S2: 文字定数を分離せず増減表を書いて、 a の範囲を求めようとしている。	・自力解決は5分とする。解法をペアワークで確認してから取り組ませる。 T: 微分した式は必ず隣の人と確認してから進んでいこう。 ◇ア グラフが正しく書けているか。文字定数の分離ができていないか。(ノートの観察) T: 実数解とは何なのか。グラフという単語をつかって言えるだろうか。
展開 30分	○課題② a を定数とする。次の方程式の異なる実数解の個数を求めよ。 $e^x - ax = 0$ S1: $\frac{e^x}{x} = a$ と変形して文字定数を分離して、 $f(x) = \frac{e^x}{x}$ $g(x) = a$ の共有点の x 座標を実数解として求めようとしている。 S2: $e^x = ax$ と変形して $f(x) = e^x$ $g(x) = ax$ の共有点を実数解として求めようとしている。	・問題を读ませて個人で思考する時間を7分設ける。 T: 今日の授業の最初で扱った問題をヒントにしてペアワークで考えて課題を解決してみよう。解法は一つではありません。多様な考え方、見方を発見することが今日の目標です。時間は10分です。 ・生徒の発見やアイデアを大切に、机間指導を行う。 ・増減表を書いている生徒の計算が正し

	S3 : $f(x) = e^x - ax$ において、$f(x)$ と x 軸との共有点を実数解として求めることができる。 ○ 3 つの解法の中でどの解法が良いのか理由とともに順位付けをする。 S1 : 順位だけはできた S2 : 順位づけと理由付けもできる S3 : 順位付けができない	く行われていない場合やつまずきを拾い上げて机間指導をおこなう。生徒に介入する際は質問を投げかけるようにする。」 10分経過後グループに座席をする。各自周りの生徒と解法の確認をする。 T : 生徒の解答から S1、S2、S3 の解法を取り上げて解答した生徒に説明を促す。 T : 3 つの解法の中で自分がいいと思うものを上げて順位付けをして、理由を記入しよう。時間は2分です。 (2分経過後) 次はその理由をペアで共有してみよう。 ◇別解と最初の解法を比較してメリット・デメリットを述べることができる (グループの一人に発表させる) 3 つの解法を geogebra を用いて定数 a を動かして体感させる。最初は1つずつ解法を示し、その後2つ同時に示し、同様の結果が得られることを確認する。
展開 10分	○課題③ $\log x - ax = 0$ a を定数とする。次の方程式の異なる実数解の個数を求めよ。	T : 課題②を参考に解答をしてみよう。関数のグラフが必要になるときは、微分の計算や導関数の正負、極限なども考慮してください。 ・ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ については最初は示さず、生徒が疑問に思ってから、どのように極限值が求められるかを一緒に考える。 ・ 生徒の進み具合に応じて、解答は次の授業で確認をする。
まとめ 2分	振り返り (R80) を行う。	2分間計時をして振り返りを行う。

問12 広告費 経費アサイン④	
〇次期目標 200万ユーロを、 広告費割合を〇%、〇%、〇%の割合で配分し、配分後の平均値を求めよ。	

数学Ⅲ プリント②

番 氏名 _____

I 課題①の解法について特徴を書いて見よう。

解法 1	
解法 2	
解法 3	

自分がいいと思う解法は「解法 _____」

その理由は

今日の授業の振り返り R80 (2文で書く。接続詞でつなぐ。2分で書く)

以下は授業のアンケートです。(帰りの ST で記入後、スマホで入力してください)

1 : あてはまる 2 : ややあてはまる 3 : ややあてはまらない 4 : あてはまらない

で解答してください。

この授業の意図(問題解決力の向上)はわかりましたか?	1	2	3	4
今日の授業で学びが深まりましたか?	1	2	3	4
ペアワークやグループワークは学習の助けになりましたか?	1	2	3	4
今日の授業の内容は今後の学習に役立ちますか?	1	2	3	4

以下は自由記述のアンケートです。この授業で学んだこと、感じたことを書いてください。

スマホへの入力はこちらで。Google Forms につながります。



・自分と周りとの考え方の違いを、共有することによって自分で思いつけなかったことに気づけてよかった 色々な人が見に来ているということで少しいつもとちがう雰囲気になるとおもっていたが思った以上に楽しくできた。

・解法が見方を変えればいくつもあって、全部が正しい。自分が一番解きやすいと思った解法で解いていきたい。ペアワークもたくさん話し合い、意見をお互いに出すことも出来たので良かったと思う。 ・解法がいくつがある中でのペアワークは、いろいろな考え方を身につける良いきっかけとなるなと思いました。逆に周りとは違った考え

方をしているときは、あせってしまうこともあったのですが、色々な気づきも出来たので良かったです。あとは時間を意識して解けるようにしていきたいです。

・ いろんな解法があって友達の発表を聞いて新しい気づきがあった。思いついたらとりあえず解いてみるのが大事だと思った。

4 授業者の気づき

こちらが求めていた以上の雰囲気を作り日々の授業のように生徒が活動していたのは大きな驚きであった。集中して解法を考え、解法について議論をしている様子が多くの生徒から見ることができた。指導案の流れに大まかにそって行うことができたが、生徒の思考をくみ取り自分たちで解答を練り上げていくには、時間が足りなかった。課題①を前の授業で指導しておき、もっと課題②に向き合う時間を作っていくべきであった。課題②には3つの解法があったが、関数によってはいつもできるわけではないことを最後に伝えておくと、文字定数の分離の有用性がわかる授業になったはずであった。「3つの解法の特徴やどれがよいか」という内容を時間をかけて記述させられなかったのは大きな反省である。あの抽象的な記述や順位について意見を述べることは、自分の中に根拠を持たせ、説明する練習となるのでその時間を捻出したかった。余談だが、研究授業後、本校校長（英語が専門）から、「3つの解法について意見を出させて順位付けするのはディベートなどの手法に似ている」との指摘をうけ、社会生活でも役に立つものになったのかと感じた。