愛知県 高等学校数学研究会
数学科教育情報委員会

$f(x,\ y)+kg(x,\ y)=0$の表す図形

1　授業のねらい

x，yの方程式 $f(x,\ y)=0$，$g(x,\ y)=0$ の表す図形をそれぞれ F，Gとする。FとGが共有点を持つ場合，方程式$f(x,\ y)+kg(x,\ y)=0$（kは定数）の表す図形は，この共有点を通る図形を表す。今回は2つの円の交点を通る円または直線をgrapesを用いて表し，$f(x,\ y)+kg(x,\ y)=0$ が kの値によってどのように変化するかを確認する。

2　授業展開

【展開Ⅰ】

学習内容：方程式 $x-2y+4+k(2x-3y+3)=0$ の表す図形

学習活動

○ kに具体的な値を代入し，どのような図形になるか確かめる。

○kの値によってグラフが変化する様子を確認する。

○定数 kの値に関係なく定点を通ることを確認し，kについての恒等式を復習しながら定点を求める。

指導上の注意

○ kを具体的に代入したときの図形がどのようになったか周囲の生徒同士で確認させる。

【展開Ⅱ】

学習内容：方程式 $x^2+y^2-4x-6y+k(x^2+y^2-4x+6y)=0$の表す図形

学習活動

○ kに具体的な値を代入し，どのような図形になるか確かめる。

○kの値によってグラフが変化する様子を確認する。

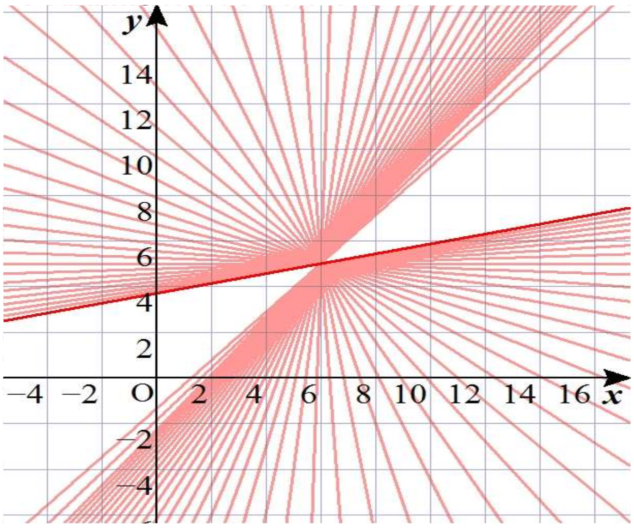
○定数 kの値に関係なく定点を通ることを確認し，その定点は何を表しているかを考える。

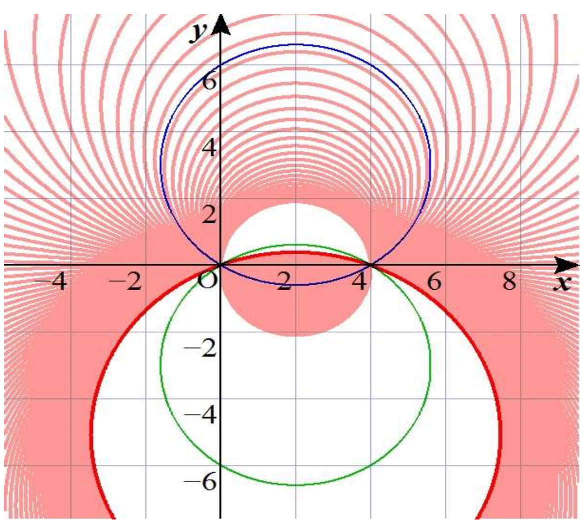
○ $k=-1$ の時のみ円になることに気づく。

指導上の注意

○ kを具体的に代入したときの図形がどのようになったか周囲の生徒同士で確認させる。

○定点がどこか気づかない場合は，$x^2+y^2-4x-6y=0$，$x^2+y^2-4x+6y=0$ を表示し，ヒントを与える。





【展開Ⅱ】

学習内容：3 TRIAL　例題 32，例題 41

学習活動

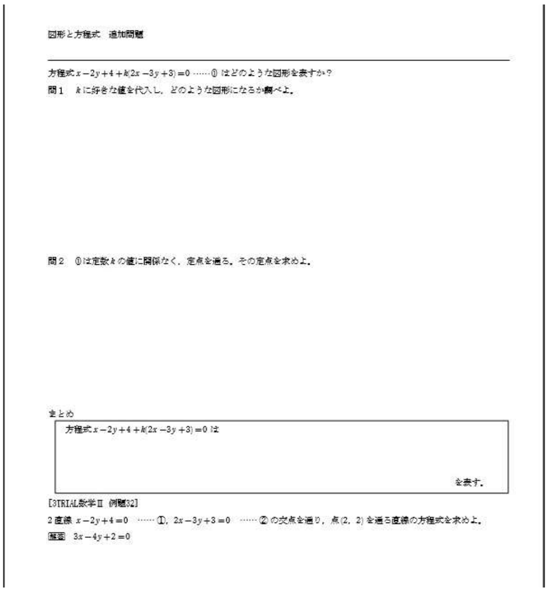
○自力で問題解き，生徒同士で解答を確認し合う。

○ 求める図形の方程式を $f(x, y)+kg(x, y)=0$ とおけることを理解する。

指導上の注意

○生徒が解けないようであれば，例題 32 を解説し，それをヒントに例題 41 を解かせる。

3　授業で使用したプリント



図形と方程式　追加問題

方程式 $x-2y+4+k(2x-3y+3)=0$ ……① はどのような図形を表すか？

問 1　k に好きな値を代入し，どのような図形になるか調べよ。

問 2　①は定数 k の値に関係なく，定点を通る。その定点を求めよ。

まとめ

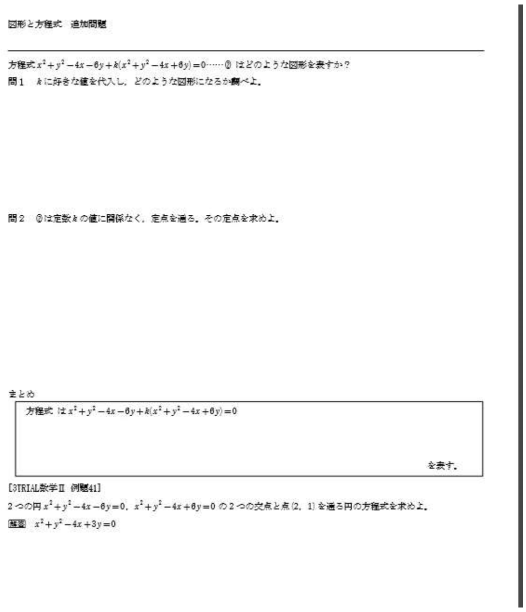
方程式 $x-2y+4+k(2x-3y+3)=0$ は

を表す。

[3TRIAL数学Ⅱ 例題32]

2 直線 $x-2y+4=0$ ……①，$2x-3y+3=0$ ……② の交点を通り，点 (2，2) を通る直線の方程式を求めよ。

解答　$3x-4y+2=0$



図形と方程式　追加問題

方程式 $x^2+y^2-4x-6y+k(x^2+y^2-4x+6y)=0$……② はどのような図形を表すか？

問 1　k に好きな値を代入し，どのような図形になるか調べよ。

問 2　②は定数 k の値に関係なく，定点を通る。その定点を求めよ。

まとめ

方程式 は $x^2+y^2-4x-6y+k(x^2+y^2-4x+6y)=0$

を表す。

[3TRIAL数学Ⅱ 例題41]

2 つの円 $x^2+y^2-4x-6y=0$，$x^2+y^2-4x+6y=0$ の 2 つの交点と点 (2，1) を通る円の方程式を求めよ。

解答　$x^2+y^2-4x+3y=0$

4　実際に授業をしてみて

展開Ⅱにおいて k に具体的な値を代入させると，生徒の多くは $k=1$，0，-1 を代入していた。したがって $k=-1$ のとき方程式 $x^2+y^2-4x-6y+k(x^2+y^2-4x+6y)=0$ が 直線を表すことはすぐに気づけた。

本来ならば，「なぜ $k=-1$ の時に直線になるのか？」「方程式 $x^2+y^2-4x-6y+k(x^2+y^2-4x+6y)=0$ の k にどのような値を代入しても 円$x^2+y^2-4x+6y=0$ にはならない」という部分にも触れたかったが 1 時間では時間が足りなかったため次回へ持ち越しになった。

実際に k の値で変化する図形の動きは生徒の興味を引いたようで，生徒同士の意見交換も活発に行われていた。

grapesを使用することで，図形が定点を通ることの理解も早かった。