数Ⅲ　複素数

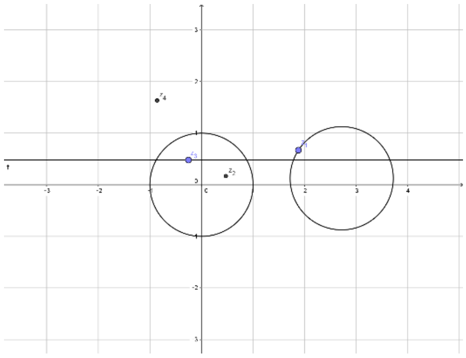
反転の性質を複素数平面を用いて理解しよう

1　はじめに

複素数平面を用いることで，反転の性質を体系化できる。geogebra を用いて反転の性質を見せることで興味を持たせたい。

2　反転とは

半径が r の円 O がある。O とは異なる点 Q があり，半直線 OP 上に，$\mathrm{OP}\cdot\mathrm{OQ}=r^2$ となるように点 P' をとる。このとき，点 P に点 Q を対応させることを円 O に関する反転という。円 O を反転円，点 Q が描く図形を反形という。



3　反転の性質

反転には次の４つの性質がある。

①点 P が O を通らない円を描くとき，点 Q は O を通らない円を描く。

②点 P が O を通る円を描くとき，点 Q は O を通らない直線を描く。

③点 P が O を通らない直線を描くとき，点 Q は O を通る円を描く。

④点 P が O を通る直線を描くとき，点 Q もその直線上にある。

4　授業展開

	学習内容	学習活動	指導上の留意点
導入	一般形の確認	一般形を確認する。	○前時までに一般形について考察させる。
	a,c を実数，βを複素数とする。 z に関する方程式 $az\bar{z}+\bar{\beta}z+\beta\bar{z}+c=0$ は，(1) $a\neq 0$ かつ $\lvert\beta^2\rvert-ac>0$ のとき，円を表し，(2) $a=0$ かつ $\beta\neq 0$ のとき，直線を表す。		
展開Ⅰ	反転の定義・性質を学習する。	板書やアニメーションを見る。	○geogebra で反転の性質を見せる。 ○簡単にするため，反転円の半径は 1 とする。
展開Ⅱ	点 P と点 Q の関係を式で表す。	点$\mathrm{P}(z)$，$\mathrm{Q}(w)$ とし，$w=\frac{1}{\bar{z}}$ という関係式を導く。	○グループで学習する。 ○困っている場合は，$\mathrm{OP}\cdot\mathrm{OQ}=1$ がヒントであることを伝える。
展開Ⅲ	反転の性質を証明する。	(1), (2)をうまく利用しながら，反転の性質①～④を証明する。	○仮定を式で表現するとどうなるか考えさせる。a と c に着目させる。
まとめ	反転の性質を複素数平面を用いて体系化する。	反転の性質をまとめる。	○ a と c に関する条件は下の４つしかないので，反転の性質も４つしかないことを伝える。
	反転の性質を式で表す。 ① $a\neq 0$ かつ $c\neq 0$　② $a\neq 0$ かつ $c=0$　③ $a=0$ かつ $c=0$　④ $a\neq 0$ かつ $c\neq 0$		