

2019 静岡大学 [2]

$f(x) = e^x \sin x$, $g(x) = a \sin x$ とする。ただし a は 0 以上の実数とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) b を定数とし

$$I = \int_0^b e^{2x} \cos 2x \, dx, \quad J = \int_0^b e^{2x} \sin 2x \, dx$$

とおく。このとき、

$$I + J = \frac{1}{2} e^{2b} \sin 2b, \quad I - J = \frac{1}{2} (e^{2b} \cos 2b - 1)$$

が成り立つことを示し、 I と J を求めよ。

(2) $f(x) = g(x)$ を満たす正の実数 x のうち最小のものを求めよ。

(3) (2) で求めた実数を x_0 とする。 $0 \leq x \leq x_0$ の範囲で 2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積 $V(a)$ を求めよ。

(3) では $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフの位置関係が変化することにより、場合分けが必要である。(2) ではその交点の変化を求めているが、GeoGebra を利用し、グラフの変化をアニメーションで変化させることでイメージが立てやすい。また、グラフの上下関係を視覚的に捉えやすくなり、解答の方針が立てやすくなる。

