愛知県高等学校数学研究会
数学科教育情報委員会

2019 一橋大学

3 $f(x)=x^3-3x+2$ とする。また，α は 1 より大きい実数とする。曲線 $C: y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(\alpha,\ f(\alpha))$ における接線と x 軸の交点を Q とする。点 Q を通る C の接線の中で傾きが最小のものを ℓ とする。

(1) ℓ と C の接点の x 座標を α の式で表せ。

(2) $\alpha=2$ とする。ℓ と C で囲まれた部分の面積を求めよ。

点Qを通る曲線Cの接線の本数や傾きが小さいものがどれにあたるかを、点Pの座標を動かすことにより把握することで問題へ取りかかりやすくする。また(2) における、囲まれた面積についてはどの部分かが一目瞭然で確認できる。

(1) 接線 l がどのように変化するかが確認できればより方針が立ちやすい。
また，点Qを通る曲線Cの接線が、点Pを含んでいることやx 軸も接線になっていることがわかれば

$(\alpha+1)(t^3-1)-(\alpha^2+\alpha+1)(t^2-1)=0$ の左辺を$(t-1)(t-\alpha)\left(t+\frac{\alpha}{\alpha+1}\right)$

と変形する一助になる。（ただし t は曲線Cの接点のx座標を表す）

(2) センター試験において，3 次関数と接線によって囲まれた図形の面積を求める公式を学習していれば答えの値については検算できることもグラフを見ればすぐにわかる

(a を 3 次関数のx^3の係数，α，β を 3 次関数と接線の共有点の x 座標としたとき，

面積 $S=\left|\frac{a}{12}(\beta-\alpha)^4\right|$)