

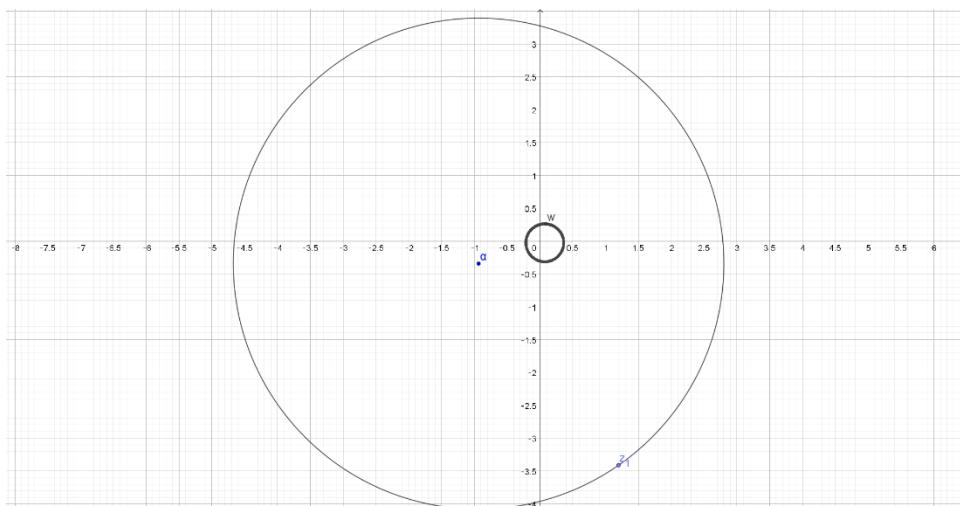
【北海道大】

r を正の実数とする。複素数平面上に、点 α を中心とする半径 r の円 C がある。ただし、 C は原点を通らないものとする。点 z が円 C 上を動くとき、点 $w = \frac{1}{z}$ の描く図形を C' とする。

- (1) C' は円であることを示せ。さらに、 C' の中心と半径を α と r で表せ。
- (2) C と C' が一致するとき、 C の中心 α は実軸上または虚軸上にあることを示せ。

Geogebra の機能には複素数平面もあり、変数変換後の点も、数式を入力することで簡単に表せる。まず、点 α を中心とする半径 r の円をかく。ただし、原点は通らないようにする。その円上に点を1つ取り、 z などと名前をつける。その後「 $w=1/z$ 」と入力すれば点 w が表示される。あとは w に関して残像表示ができるようにして、 z のアニメーションをオンにすることで w が描く図形がわかる。(1)にあるように円であることが実感できるだけでなく、例えば「 C が原点を通ると w はどんな図形を描くか」などといった応用問題も、円 C を動かすことで簡単にわかる。

<円 C が原点を通らないときの w が描く図形（黒太線）>



<円 C が原点を通るときの w が描く図形（黑太線）>

