

### 数Ⅲ 【積分法の応用】体積

愛知県高等学校数学研究会  
数学科教育情報委員会

2018 東京工業大学

$xyz$ 空間内において、連立不等式

$$\frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, |z| \leq 6$$

により定まる領域を  $V$  とし、2点  $(2, 0, 2)$ ,  $(-2, 0, -2)$  を通る直線を  $l$  とする。

- (1)  $|t| \leq 2\sqrt{2}$  を満たす実数  $t$  に対し、点  $P_t\left(\frac{t}{\sqrt{2}}, 0, \frac{t}{\sqrt{2}}\right)$  を通り  $l$  に垂直な平面を  $H_t$  とする。また、実数  $\theta$  に対し、点  $(2\cos\theta, \sin\theta, 0)$  を通り  $z$  軸に平行な直線を  $L_\theta$  とする。 $L_\theta$  と  $H_t$  の交点の  $z$  座標を  $t$  と  $\theta$  を用いて表せ。
- (2)  $l$  を回転軸に持つ回転体で  $V$  に含まれるものを考える。このような回転体のうちで体積が最大となるものの体積を求めよ。

空間図形では、図形の形を認識することが非常に難しい。Geogebraを用いると（教員側も）簡単に立体をかくことができ、問題の状況を把握しやすい。

実際、(1)では  $t$  のスライダーを設定することにより、平面  $H_t$  の動きがよく分かり、また  $\theta$  のスライダーを設定することにより、 $L_\theta$  と  $H_t$  の交点Rの軌跡が、 $V$  と  $H_t$  の交線になっていることが視覚的に分かりやすい。(2)では、点Pを中心とし切断面に内接する円を考えればよいことが視覚的に分かりやすい。

いずれの場合も、生徒自身がスライダーを動かし、立体の視点を変えながら考えることが容易であり、生徒の思考のよい手助けになるのではないか。

