

2018 東京工業大学

xyz 空間内において、連立不等式

$$\frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, |z| \leq 6$$

により定まる領域を V とし、2点 $(2, 0, 2)$, $(-2, 0, -2)$ を通る直線を l とする.

- (1) $|t| \leq 2\sqrt{2}$ を満たす実数 t に対し、点 $P_t\left(\frac{t}{\sqrt{2}}, 0, \frac{t}{\sqrt{2}}\right)$ を通り l に垂直な平面を H_t とする. また、実数 θ に対し、点 $(2\cos\theta, \sin\theta, 0)$ を通り z 軸に平行な直線を L_θ とする. L_θ と H_t との交点の z 座標を t と θ を用いて表せ.
- (2) l を回転軸に持つ回転体で V に含まれるものを考える. このような回転体のうちで体積が最大となるものの体積を求めよ.

空間図形では、図形の形を認識することが非常に難しい. Geogebraを用いると(教員側も)簡単に立体をかくことができ、問題の状況を把握しやすい.

実際、(1)では t のスライダーを設定することにより、平面 H_t の動きがよく分かり、また θ のスライダーを設定することにより、 L_θ と H_t の交点 R の軌跡が、 V と H_t の交線になっていることが視覚的に分かりやすい. (2)では、点 P を中心とし切断面に内接する円を考えればよいことが視覚的に分かりやすい.

いずれの場合も、生徒自身がスライダーを動かし、立体の視点を変えながら考えることが容易であり、生徒の思考のよい手助けになるのではないか.

