

## 2018 埼玉大学 理・工【3】

$a, b$  を正の実数とする。 $xyz$  空間において、原点を中心とする半径  $\sqrt{3}$  の球面上に 4 点  $A(-a, 0, b)$ ,  $B(-a, 0, -b)$ ,  $C(a, -b, 0)$ ,  $D(a, b, 0)$  があり、 $AB=AC$  を満たすとする。

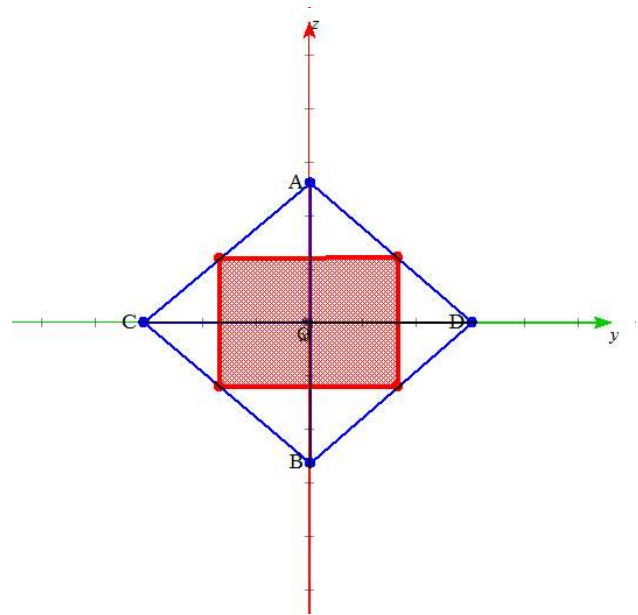
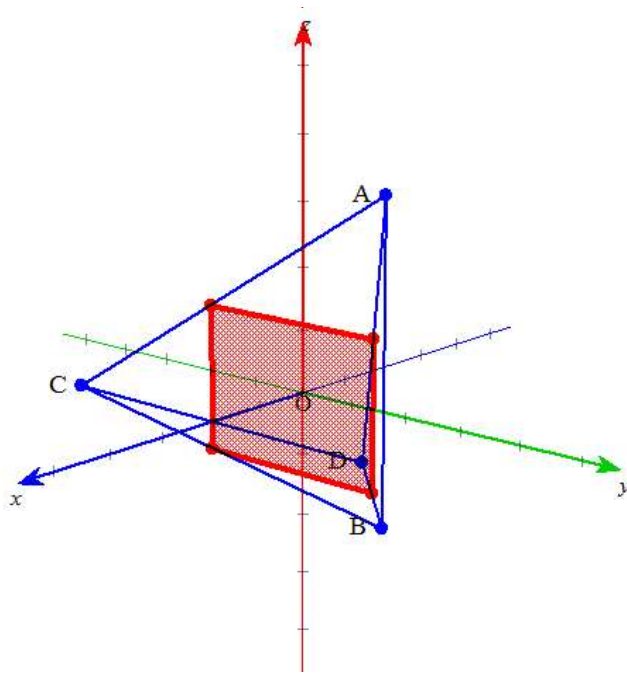
- (1)  $a, b$  を求めよ。
- (2) 実数  $a, b$  に対し 2 点  $A, D$  を通る直線と平面  $x=t$  との交点の座標を求めよ。
- (3) 四面体  $ABCD$  を  $x$  軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

(1) では  $AB=AC$  から  $a, b$  の値を求める。

(2) では直線  $AD$  の方程式、もしくは  $\overrightarrow{AD}$  を求め、平面  $x=t$  との交点を求める。

(3) は四面体  $ABCD$  が平面  $y=0, z=0$  に対称であることから、四面体  $ABCD$  を平面  $x=t$  で切断した断面は長方形になる。したがって求める回転体を平面  $x=t$  で切断したときの断面図は、 $\frac{\text{長方形の対角線長さ}}{2}$  を半径とする円である。

以降は積分計算を行うことで体積を求めることができる。



3D-GRAPESで書くことで図形が平面  $y=0, z=0$  に関して対称になっていることを確認することができる。

また、 $t$  の値を  $-1 < t < 1$  で変化させたとき、四面体  $ABCD$  を平面  $x=t$  で切断したときの断面図が常に長方形になっていることも分かる。