

数Ⅰ 【2次方程式・2次不等式】

2018 愛知教育大学 教育学部(初等<数学・情報>・中等(<数学・情報・教育科学>))

定数  $a$  を  $a \neq 0, 1$  なる実数とすると、 $x$  についての2次不等式

$$a(a-1)x^2 + (2-3a)x + 2 < 0$$

を解け。

[解答の方針]

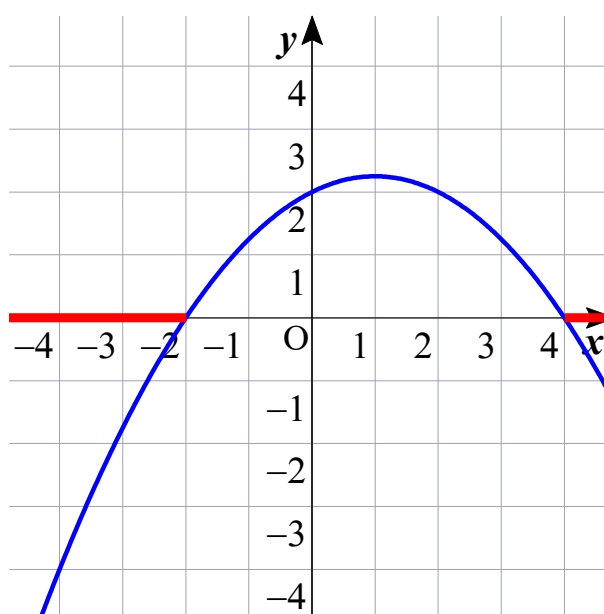
左辺を  $x$  の2次関数と考えると、グラフの向きを考えるために  $x^2$  の係数  $a(a-1)$  の符号で場合分け。  
また、左辺は

$$(ax-2)\{(a-1)x-1\} < 0$$

と変形できるので、方程式(左辺)=0 の解である  $x = \frac{2}{a}, \frac{1}{a-1}$  の大小関係で場合分けが必要。結局

$$a < 0, 0 < a < 1, 1 < a < 2, a = 2, 2 < a$$

の場合に分けて不等式の解を書くことになる。Graepes でパラメータを変えてグラフを表示すると、 $a$  の範囲によってグラフがどう変わり、それに伴って2次不等式の解がどう変わるかがよく分かる。



なお、愛知教育大学では以前にも同様の問題が出ている。

$a$  を定数とすると、 $x$  についての不等式

$$(a-2)x^2 + (4-a)x - 2 \geq 0$$

を解け。(2003 年)

こちらは  $x^2$  の係数が 0 になるとき(与式が1次不等式になるとき)も扱っている。