

数 I 【2次方程式・2次不等式】

2018 愛知教育大学 教育学部(初等<数学・情報>・中等(<数学・情報・教育科学>)

定数 a を $a \neq 0, 1$ なる実数とするとき, x についての 2 次不等式

$$a(a-1)x^2 + (2-3a)x + 2 < 0$$

を解け。

[解答の方針]

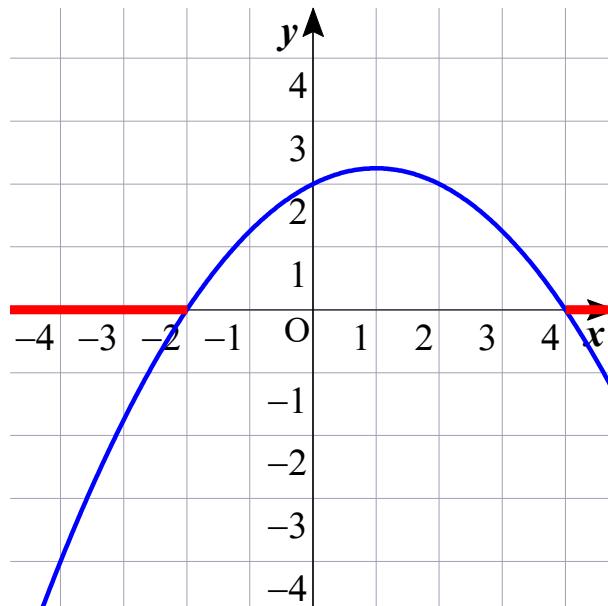
左辺を x の 2 次関数と考えると, グラフの向きを考えるために x^2 の係数 $a(a-1)$ の符号で場合分け。また, 左辺は

$$(ax-2)\{(a-1)x-1\} < 0$$

と変形できるので, 方程式(左辺)=0 の解である $x = \frac{2}{a}, \frac{1}{a-1}$ の大小関係で場合分けが必要。結局

$$a < 0, 0 < a < 1, 1 < a < 2, a = 2, 2 < a$$

の場合に分けて不等式の解を書くことになる。Graepes でパラメータを変えてグラフを表示すると, a の範囲によってグラフがどう変わり, それに伴って 2 次不等式の解がどう変わるかがよく分かる。



なお, 愛知教育大学では以前にも同様の問題が出ている。

a を定数とするとき, x についての不等式

$$(a-2)x^2 + (4-a)x - 2 \geq 0$$

を解け。(2003 年)

こちらは x^2 の係数が 0 になるとき(与式が 1 次不等式になるとき)も扱っている。