数Ｉ 【２次関数】２次関数

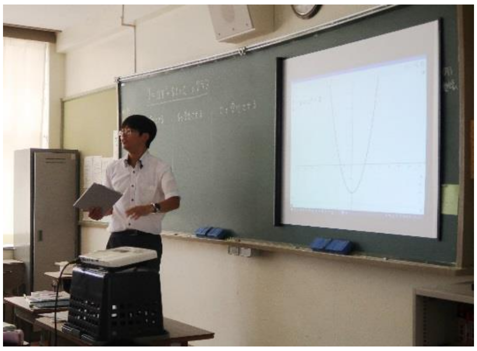
愛知県高等学校数学研究会
数学科教育情報委員会

GeoGebraで２次関数の導入

１　はじめに

大学入学共通テスト（プレテストやモデル問題）ではGeoGebra？を操作している太郎さんや花子さんが活躍している。問題文中の場面に近しいと思われる授業を「２次関数」分野で実践したので報告する。活用する機材はプロジェクター、スクリーン、タブレットPC（教員用に１機）である。

２　授業のねらい



２次関数の導入部分について、教科書では $y=ax^2$ のグラフについて復習し、$y=ax^2+q$ のグラフ、$y=a(x-p)^2$ のグラフ、$y=a(x-p)^2+q$ のグラフと進む。式が与えられたときにグラフはどうなる？という視点で進められる。

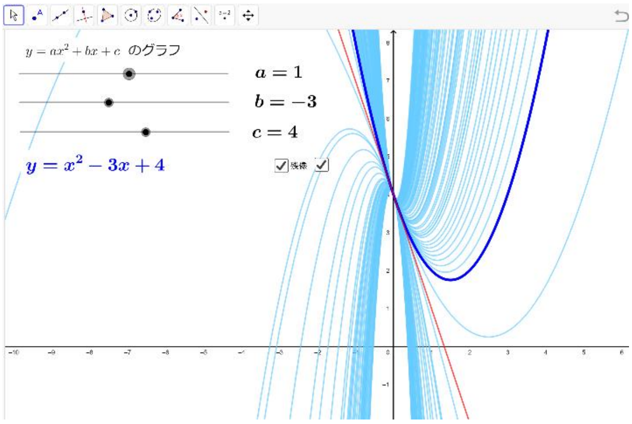
今回の授業では、式が変化したときにグラフがどう動くかという視点と共に、グラフが動いたときに式がどう変化するかという視点の双方向を意識させることを目的とした。

３　授業展開及び意識させたかった事柄

	学習内容	学習活動	指導上の留意点
展開Ｉ	○a，b，c の値を変化させたときの $y=ax^2+bx+c$ のグラフの変化の様子を考えてみる。	○最初は $b=c=0$ で a の値によりグラフの開き具合が変化することを復習する。 ○a の値によるグラフの変化、b の値によるグラフの変化、c の値によるグラフの変化を予想しながら観察する。生徒通し相談してもよい。 ○変化の様子をノートにまとめる。生徒通し相談してもよい。	○教科書はまだ開かせない。 ○生徒の発言を中心に、正確な言葉でなくてもよいのでまとめさせる（教員の板書はしない）。
展開Ⅱ	○$y=ax^2+q$ のグラフについて特徴を考える。 ○$y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に動かしたグラフの方程式について考える。 ○$y=a(x-p)^2$ のグラフについて特徴を考える。 ○$y=a(x-p)^2+q$ のグラフについて特徴を考える。	○先の $b=0$ のときと同じであることを確認する。 ○$y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に動かしたグラフの方程式を予想する。最初は一般形で考える。 ○x 軸方向に 1、x 軸方向に 2、…と順に予想する。次に x 軸方向に－1、x 軸方向に－2、…と順に予想する。 ○$y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に動かし、さらに y 軸方向に動かしたときのグラフの方程式を予想する。	○教科書はまだ開かせない。 ○グラフの方程式の規則性に生徒が気づくように努める。 ○グラフの方程式が $y=a(x-p)^2$ の形になることに生徒が気づくよう努める。

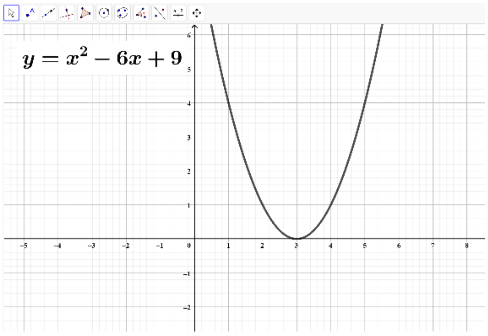
展開Ⅲ	○ $y=a(x-p)^2+q$ のグラフについて特徴を考える。 ○教科書の問題でグラフを描く演習をする。	○教科書を用いて $y=ax^2+q$、$y=a(x-p)^2$、$y=a(x-p)^2+q$ のグラフについて特徴を理解する。 ○最初は説明を受けながら問題を解く（指名された生徒は答える）。 ○自力で問題を解き、生徒通しで解答を確認し合う。	○教科書を開かせ、展開Ⅱの内容の特徴を確認させる。
まとめ	○本時のまとめ ○次回の内容について	○本時のポイントを確認する。 ○次回以降の内容の説明を受ける。	

【展開Ⅰ（$y=ax^2+bx+c$ のグラフの変化）で特に生徒に意識させたかったこと】



・c の変化ではグラフが y 軸方向に動くこと。
・グラフの形は a のみで決まり b、c の変化では
グラフが平行移動するのみであること。
・a、b の変化によるグラフの動きは複雑であるが規則性はあること。
・a、b が変化しても常に $(0,\ c)$ を通ること。
・$a=0$ のとき一瞬直線になること。
・b の変化による頂点の軌跡は放物線になること（今後に向けての発展レベル）。
・直線 $y=bx+c$ は $(0,\ c)$ における接線になっていること（今後に向けての発展レベル）。

【展開Ⅱ（$y=ax^2$ のグラフの平行移動）で特に生徒に意識させたかったこと】

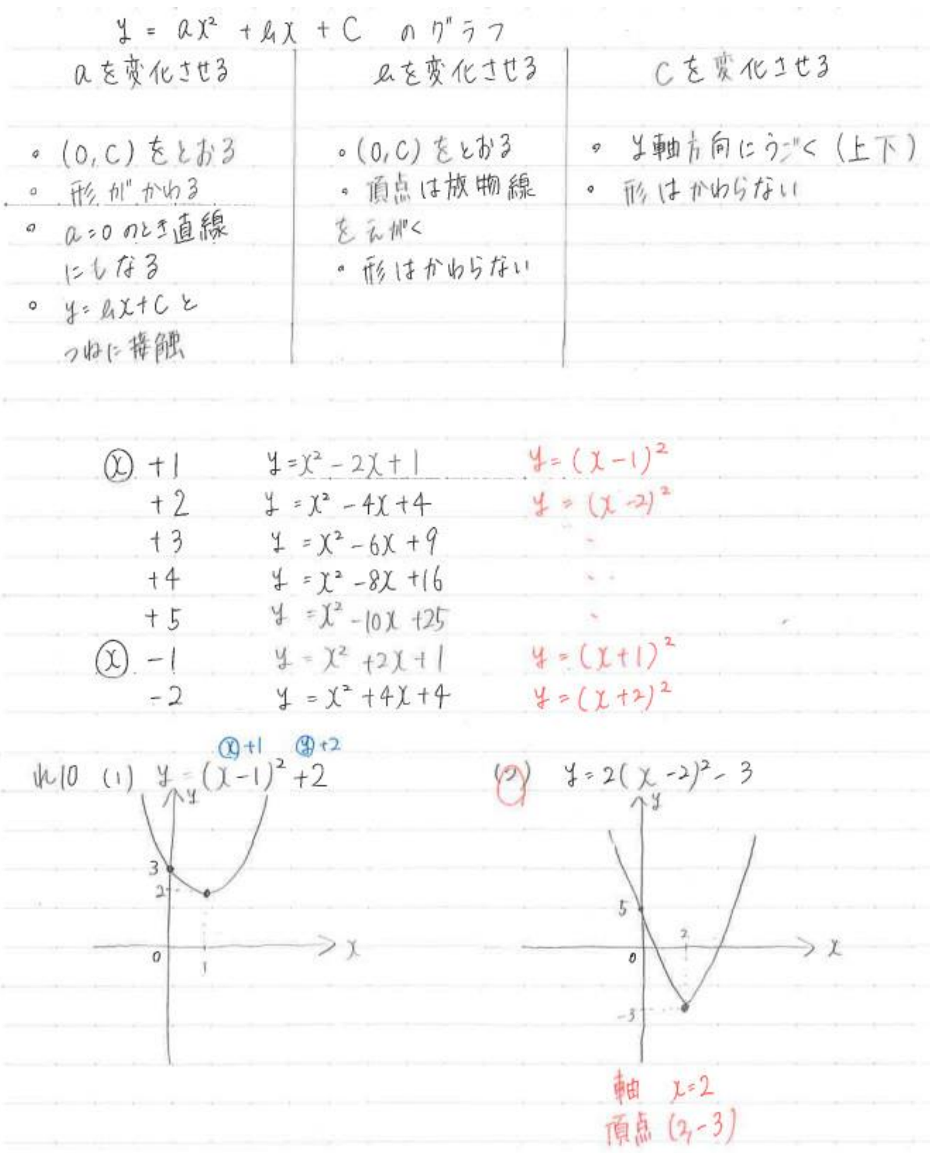


・x 軸方向の移動では b、c の値が連動して変化すること。
・その規則が平方の形になること。
・式は展開された形より平方の形の方がグラフの位置を示す情報が明確であること。
・x 軸方向に動かし、さらに y 軸方向に動かしたときの式が $y=a(x-p)^2+q$ になること。

【展開Ⅲ（特徴のまとめとグラフをかく演習）で特に生徒に意識させたかったこと】
・グラフの形は a のみで決まること。
・頂点の座標をしっかり見抜くこと。
・頂点＋もう１点の座標を明記すること。
・雑で良い部分とキッチリする部分を意識する。

愛知県高等学校数学研究会
数学科教育情報委員会

4　生徒ノート例



4　授業を終えて

授業の多くの時間でタブレット PC を操作していたのは生徒である（１機のみではあるが)。操作を生徒に委ねることが容易であるのはタブレット PC のメリットである。$y = ax^2 + bx + c$ で「a を変化させたときの特徴は？」と発問したとき、生徒の１人が「いろいろな形になったり、一瞬まっすぐになったりする」と答えたので「一瞬まっすぐになるの？それってどうゆうとき？」と発問すると、タブレット PC を操作している生徒が得意気に a の値を 0 に近づけていた。

今回の授業のねらいは、式が変化したときにグラフがどう動くかという視点と、グラフが動いたときに式がどう変化するかという視点の双方向を意識させることであった。ICT を活用することで連続的な変化の様子を観察することができ、その過程で双方向についての変化の規則性などを生徒自身が発見するような授業が実践できたと思っている。