2017 東京大学　理科(前期)【6】

点O を原点とする座標空間内で，一辺の長さが 1 の正三角形 OPQ を動かす。また，点 A$(1,0,0)$ に対して，∠AOP を θ とおく。ただし $0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。

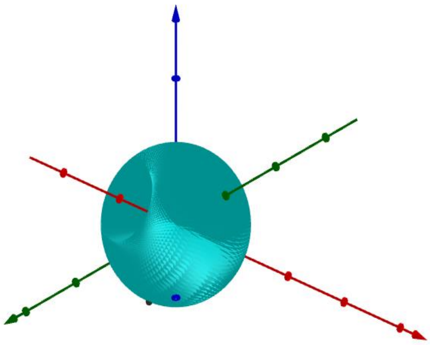
(1) 点 Q が$(0,0,1)$にあるとき，点P のx 座標がとりうる値の範囲と，θがとりうる値の範囲を求めよ。

(2) 点 Q が平面 $x = 0$ 上を動くとき，辺 OP が通過しうる範囲を K とする。K の体積を求めよ。

(1)は，図はイメージしやすい。点P は中心$(0,0,1/2)$，半径が$\sqrt{3}/2$ で，xy平面に平行な円上の点である。(1)において，OP の軌跡は円錐の側面になる。Geogebra の測定の機能を使えば，θがとりうる値の範囲は実際に見てわかる。

(2)では，(1)でできた円錐を，x 軸のまわりに回転させたときの，円錐の側面が作る立体の体積を求める。図がなかなかイメージしづらいので，Geogebra を利用して立体を作成した。不思議な図形である。さらに体積が求められるよう，断面がわかる平面を作成した。難点は，円錐の側面を動かして立体を作っていくと，容量が大きくなりすぎて，途中から動作が遅くなってしまうところである。

(2)の図



(2)の図を，$x = k\ (-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq k \leq \frac{\sqrt{3}}{2})$ で切断したときの断面図