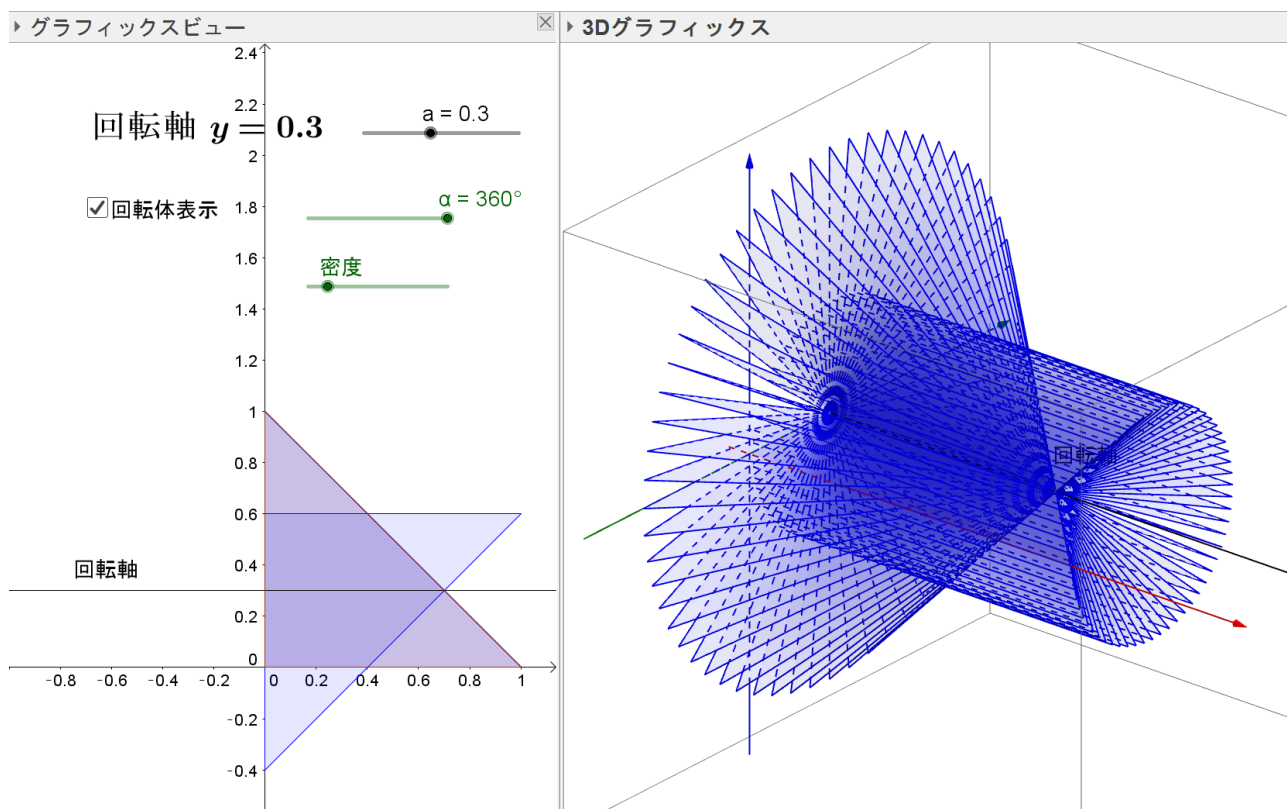


2016 北里大学 医学部【1(3)】

a を $0 \leq a \leq 1$ を満たす定数とする。直線 $y = 1 - x$ と x 軸, y 軸で囲まれた図形を直線 $y = a$ の周りに 1 回転してできる回転体の体積を $V(a)$ とする。このとき $V(a)$ は, $0 \leq a < \frac{1}{2}$ ならば

(1), $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$ ならば (2) と a を用いて表される。また, $V(a)$ のとり得る値の範囲は (3) である。

回転軸に応じた三角形の回転体の体積を考える問題である。いかにも数Ⅲの問題のようだが, もとの三角形は直角二等辺三角形であり, 回転軸も底辺に平行(垂直)なので回転体は円錐と円柱を組み合わせた形となる。つまり, 積分を使わなくとも幾何的に回転体の体積を求めることができ, さらに $V(a)$ の値域も数Ⅱの範囲内で求めることができる。



回転体の体積を求める問題は頻出であり, 回転軸に垂直な断面を考えることが基本となる。積分による処理だけでなく幾何的な処理も重要となる。本問は幾何的な処理のみで求積できる良い例である。