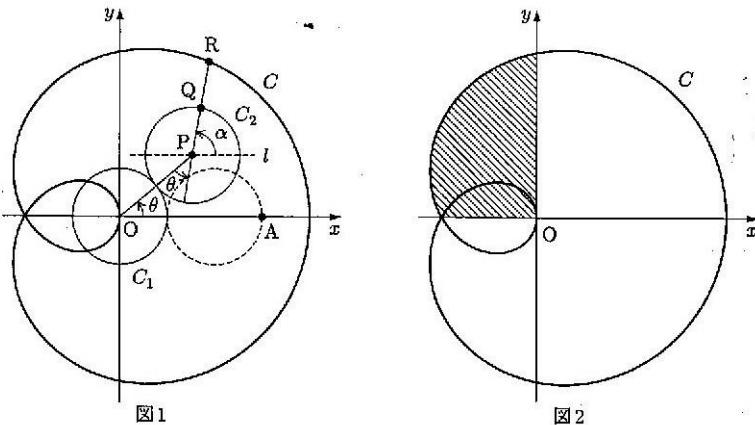


2016 九州工業大学 情報工（前期）

原点Oを中心とする半径1の円を C_1 とする。円 C_1 に外接しながら、半径1の円 C_2 がすべることなく回転する。円 C_2 の中心をPとし、円 C_2 上の点Qは最初、 x 軸上の点A(3, 0)にあるものとする。半直線PQ上で点Pからの距離が2の点をRとし、OPが x 軸の正の向きとなす角を θ とする。円 C_2 が回転して θ が0から 2π まで変化するとき、点Rが描く曲線を C とする。曲線 C の概形を図1に示す。以下の問い合わせに答えよ。



- (1) 点Pの座標を θ を用いて表せ。
- (2) 点Pを通り x 座標と平行な直線 l とする。直線 l と線分PRのなす角 α を、 θ を用いて表せ。また、Rの座標を θ を用いて表せ。
- (3) 曲線 C と x 軸の共有点の座標をすべて求めよ。
- (4) 曲線 C と y 軸の共有点の座標をすべて求めよ。
- (5) 点Rの x 座標が最小になるときの点Rの座標をすべて求めよ。
- (6) 曲線 C と x 軸、 y 軸に囲まれた図2の斜線部分の面積を求めよ。

図1のグラフを、問題の文章の通りに描画ソフトに設定し、描こうとしたが、うまくいかなかつた。特に(2)の設定は、「直線 l と線分PRのなす角 α 」ではなく、「線分OPから $\theta + \pi$ 」とした。

京都大学の2014年の問題で、平面図形的な設定から軌跡を考えると上図と同様な曲線を描くものがある。一見複雑な媒介変数表示がされた曲線も、単純な条件に帰着できることがわかる。

描画ソフトの活用は問題やグラフの本質的な理解を促す側面ももっているのかもしれない。

(参考) 2014 京都大学 理系

$\triangle ABC$ は、条件 $\angle B = 2\angle A$, $BC = 1$ を満たす三角形のうちで面積が最大のものであるとする。このとき、 $\cos \angle B$ を求めよ。