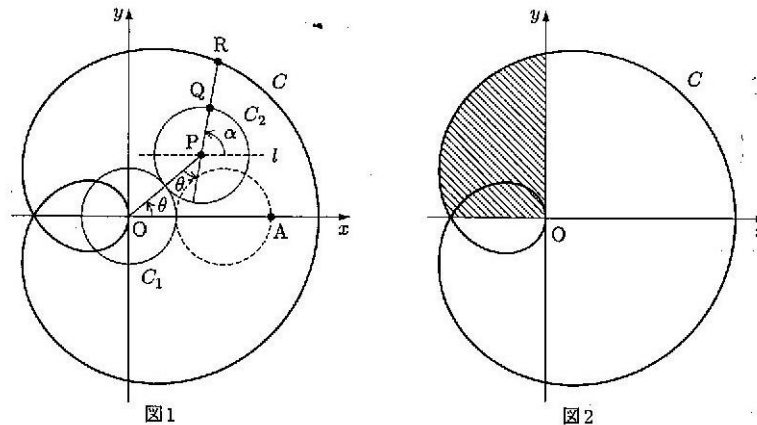


2016 九州工業大学 情報工（前期）

原点 O を中心とする半径 1 の円を C_1 とする．円 C_1 に外接しながら，半径 1 の円 C_2 がすべることなく回転する．円 C_2 の中心を P とし，円 C_2 上の点 Q は最初， x 軸上の点 $A(3, 0)$ にあるものとする．半直線 PQ 上で点 P からの距離が 2 の点を R とし， OP が x 軸の正の向きとなす角を θ とする． C_2 が回転して θ が 0 から 2π まで変化するとき，点 R が描く曲線を C とする．曲線 C の概形を図 1 に示す．以下の問いに答えよ．



- (1) 点 P の座標を θ を用いて表せ．
- (2) 点 P を通り x 座標と平行な直線 l とする．直線 l と線分 PR のなす角 α を， θ を用いて表せ．また， R の座標を θ を用いて表せ．
- (3) 曲線 C と x 軸の共有点の座標をすべて求めよ．
- (4) 曲線 C と y 軸の共有点の座標をすべて求めよ．
- (5) 点 R の x 座標が最小になるときの点 R の座標をすべて求めよ．
- (6) 曲線 C と x 軸， y 軸に囲まれた図 2 の斜線部分の面積を求めよ．

図 1 のグラフを、問題の文章の通りに描画ソフトに設定し、描こうとしたが、うまくいかなかった。特に(2)の設定は、「直線 l と線分 PR のなす角 α 」ではなく、「線分 OP から $\theta + \pi$ 」とした。

京都大学の 2014 年の問題で、平面図形的な設定から軌跡を考えると上図と同様な曲線を描くものがある。一見複雑な媒介変数表示がされた曲線も、単純な条件に帰着できることがわかる。

描画ソフトの活用は問題やグラフの本質的な理解を促す側面ももっているのかもしれない。

(参考) 2014 京都大学 理系

$\triangle ABC$ は、条件 $\angle B = 2\angle A$ ， $BC = 1$ を満たす三角形のうちで面積が最大のものであるとする．このとき， $\cos \angle B$ を求めよ．