

数Ⅱ 【微分・積分の考え】 最大値・最小値

2015 東京医科歯科大学 医【2】

実数 a, b に対し, $f(x) = x^3 - 3ax + b$ とおく。 $-1 \leq x \leq 1$ における $|f(x)|$ の最大値を M とする。
このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) $a > 0$ のとき, $f(x)$ の極値を a, b を用いて表せ。
- (2) $b \geq 0$ のとき, M を a, b を用いて表せ。
- (3) a, b が実数全体を動くとき, M のとりうる値の範囲を求めよ。

最大値 M は, 定義域の端での値 $|f(-1)|$, $|f(1)|$ と極大値 $|f(-\sqrt{a})|$, $|f(\sqrt{a})|$ のいずれかになることは容易に分かるが, それをきっちり場合分けすることはなかなか難しい。 a, b の値を動かしたときのグラフの様子を GeoGebra で作成した。

