

数B 【ベクトル】 ベクトル方程式

2015 佐賀大学・理工

点  $O$  を原点とし、 $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸を座標軸とする座標空間において、3 点  $A(1,0,0)$ 、 $B(2,0,0)$ 、 $C(1,0,1)$  がある。点  $A$  を中心とする  $xy$  平面上の半径 1 の円周上に点  $P$  をとり、図のように  $\theta = \angle BAP$

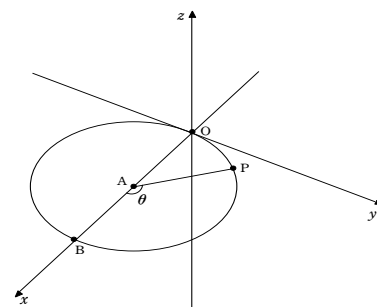
とおく。ただし、 $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{2}\pi$  とする。また、直線  $CP$  と  $yz$  平面の交点を  $Q$  とおく。

このとき、次の問いに答えよ。

(1) 点  $P$  の座標を  $\theta$  を用いて表せ。

(2) 点  $Q$  の座標を  $\theta$  を用いて表せ。

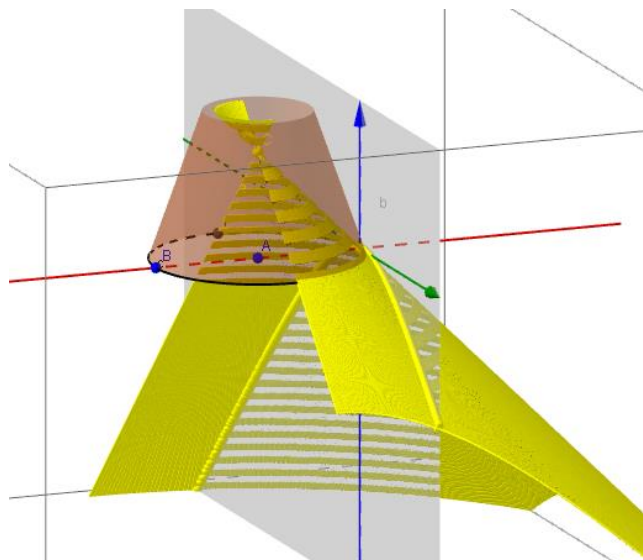
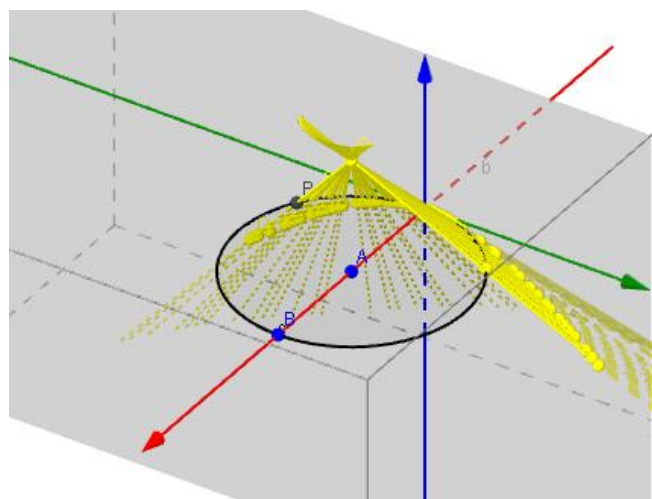
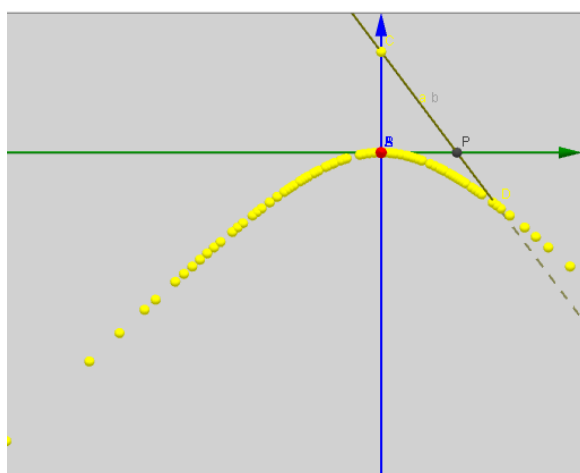
(3)  $\theta$  の値が  $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{2}\pi$  の範囲で変化するとき、 $yz$  平面における点  $Q$  の軌跡の方程式を求め、その概形を図示せよ。



平面と直線の交点の軌跡の問題である。

(3)は  $yz$  平面に図示する問題であるため、特に空間を意識せずとも解いていける問題である。

ただ、空間上の点を利用する問題であるため、どのような動きをするのかを実際に見せることも理解の助けになるだろう。



また、この問題は、傘つきの電球を壁につけて置いた際の、光の当たり方や影となる境界線を数学的に求めているものである。実際に計算させた後で、左図のように傘を表示して見せることでイメージがつかみやすい。

