

数Ⅲ 【積分法】 体積

2015 大阪大学 理、医、歯、薬、工、基礎工（前期、一般枠）【4】

座標空間の x 軸上に動点 P 、 Q がある。 P 、 Q は時刻 0 において、原点を出発する。 P は x 軸の正の方向に、 Q は x 軸の負の方向に、ともに速さ 1 で動く。その後、ともに時刻 1 で停止する。点 P 、 Q を中心とする半径 1 の球をそれぞれ A 、 B とし、空間で $x \geq -1$ の部分を C とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 時刻 t ($0 \leq t \leq 1$) における立体 $(A \cup B) \cap C$ の体積 $V(t)$ を求めよ。
- (2) $V(t)$ の最大値を求めよ。

積分で立体の体積を求める問題である。

GeoGebra を用いると、立体とその xy 平面上の断面図を同時に表示できる。 t の値を変化させながら両方の図を確認することで、スムーズに解説を行うことができる。(下の写真では断面図の機能を用いず、断面の円を別に描画している。球については陽関数による曲面として定義し、オブジェクトのスタイルから描画設定を「きれい」にして、画質優先で撮影したものである。)

