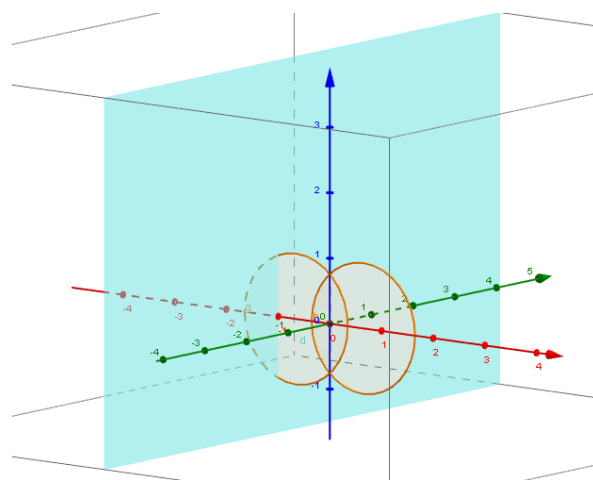
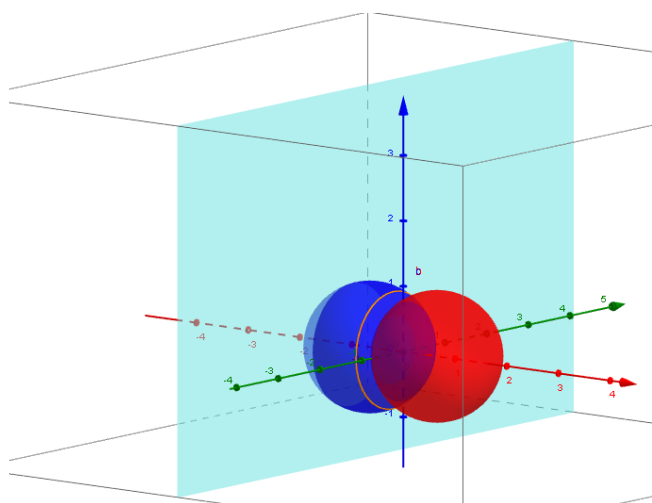


数Ⅲ 【積分法】体積

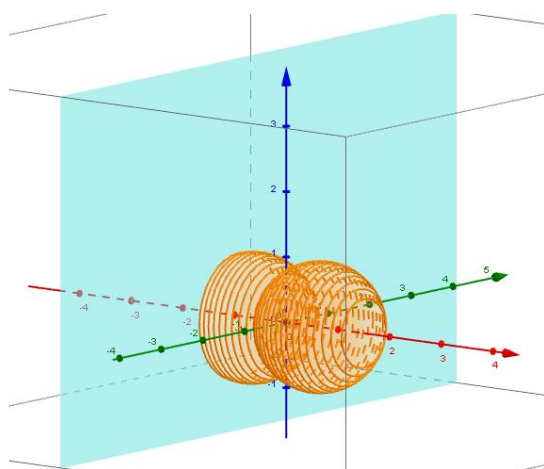
2015 大阪大学・理、医、歯、薬、工、基礎工【4】

座標空間の  $x$  軸上に動点  $P$ 、 $Q$  がある。 $P$ 、 $Q$  は時刻 0 において、原点を出発する。 $P$  は  $x$  軸の正の方向に、 $Q$  は  $x$  軸の負の方向に、ともに速さ 1 で動く。その後、ともに時刻 1 で停止する。点  $P$ 、 $Q$  を中心とする半径 1 の円をそれぞれ  $A$ 、 $B$  とし、空間で  $x \geq -1$  の部分を  $C$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 時刻  $t$  ( $0 \leq t \leq 1$ ) における立体  $(A \cup B) \cap C$  の体積  $V(t)$  を求めよ。
- (2) 体積  $V(t)$  の最大値を求めよ。



2つの球の和集合の面積を求める問題である。時間経過により二つの球が動くが、球の交わる面は  $y-z$  平面で変化しない。また、 $x-z$  平面で切った切り口の回転体として面積を求めることができ、どのような形か視覚的に確認できる。



$x$  軸に垂直な平面で切った面積を積分することでも求めることもできる。