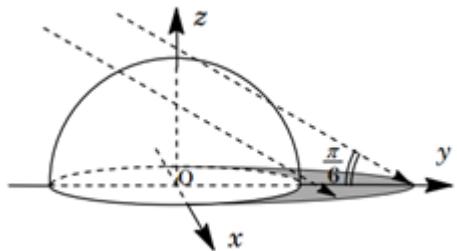


数Ⅲ 【積分法】体積

2015 九州大学 理系【3】

座標空間内に、原点 $O(0, 0, 0)$ を中心とする半径 1 の球がある。右の概略図のように、 y 軸の負の方向から仰角 $\frac{\pi}{6}$ で太陽光線が当たっている。この太陽光線はベクトル $(0, \sqrt{3}, -1)$ に平行である。球は光を通さないものとする。以下の問い合わせよ。

- (1) 球の $z \geq 0$ の部分が xy 平面上につくる影を考える。 k を $-1 < k < 1$ を満たす実数とするとき、 xy 平面上の直線 $x = k$ において、球の外で光が当たらない部分の y 座標の範囲を k を用いて表せ。
- (2) xy 平面上において、球の外で光が当たらない部分の面積を求めよ。
- (3) $z \geq 0$ において、球の外で光が当たらない部分の体積を求めよ。



xy 平面上に置いてある半球面に、与えられた角度から光線を当てたときの影についての問題である。

(1), (2)で xy 平面上にできる影を考え（境界は橓円となる）、(3)で空間上での影を考える。

コンピュータで表示すれば様々な方向から

図を眺めることができ、問題のイメージをつかみやすい。今回は GeoGebra で作成した。パラメータの変化は「スライダー機能」、表示非表示の切替えは「チェックボックス機能」、簡単なスクリプトは「ボタン機能」を活用すると、（素材作成に手間がかかるが）操作が容易になる。

