

数A 【場合の数と確率】 場合の数

2015 神戸大学 後期日程 理・工・農・発達科学・海事科学【5】

平面上に5点 A, B, C, D, E があり, それらのうちのどの3点も一直線上にないとする. これら5点のうちの2点の間をすべて線分で結ぶ.

以下において「三角形」とは, A, B, C, D, E のうち3点を頂点とする三角形のことであり, 「辺」とは, A, B, C, D, E のうちの2点を結ぶ線分のことである.

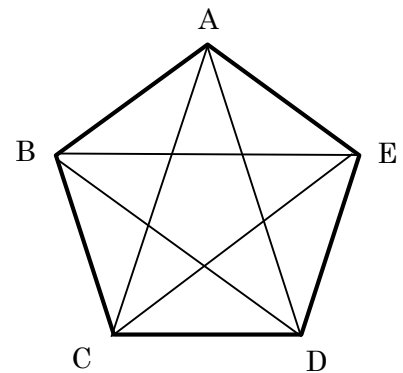
三角形は10個, 辺は10本ある.

ここから4本の辺を消すことを考える.

このとき「三角形 PQR が残る」とは, 3本の辺 PQ, QR, RP がどれも消されないこととする.

以下の問に答えよ.

- (1) $X=A, B, C, D, E$ に対し, 「点 X が出ず辺」とは, X と他の4点のどれかとを結ぶ辺のこととする. 10本の辺のうち4本を消したとする. このとき, 出ず辺が3本以上あるような点が, A, B, C, D, E の中に少なくとも1つあることを示せ.
- (2) 三角形が1個も残らないような, 4本の消し方は何通りか.
- (3) 1個の三角形 ABC だけが残る, 他の9個の三角形は残らないような, 4本の消し方は何通りか.
- (4) ちょうど1個の三角形だけが残るような, 4本の辺の消し方は何通りか.



論理的な思考力を問う問題である。(1)は全ての点が出ず辺が2本以下であるとして背理法を用いて考えることができる。

(2)以後の問題について, そのまま考えてもよいが, 三角形どうしが重なって混乱する生徒もいる. できるだけ三角形が重ならないように, 平面上という前提を無視して3D-GRAPESで表した.

立体にして, 全体をぐるぐる動かしながら辺の表示・非表示をしたり, 三角形を塗りつぶしたりして説明をするとイメージしやすい。

