

数A 【場合の数と確率】場合の数

2015 神戸大学 後期日程 理・工・農・発達科学・海事科学【5】

平面上に 5 点 A, B, C, D, E があり、それらのうちのどの 3 点も一直線上にないとする。これら 5 点のうちの 2 点の間をすべて線分で結ぶ。

以下において「三角形」とは、A, B, C, D, E のうち 3 点を頂点とする三角形のことであり、「辺」とは、A, B, C, D, E のうちの 2 点を結ぶ線分のことである。

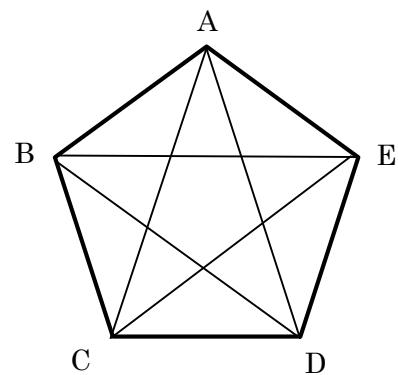
三角形は 10 個、辺は 10 本ある。

ここから 4 本の辺を消すことを考える。

このとき「三角形 PQR が残る」とは、3 本の辺 PQ, QR, RP がどれも消されないこととする。

以下の間に答えよ。

- (1) X=A, B, C, D, E に対し、「点 X が出す辺」とは、X と他の 4 点のどれかとを結ぶ辺のこととする。10 本の辺のうち 4 本を消したとする。このとき、出す辺が 3 本以上あるような点が、A, B, C, D, E の中に少なくとも 1 つあることを示せ。
- (2) 三角形が 1 個も残らないような、4 本の消し方は何通りか。
- (3) 1 個の三角形 ABC だけが残り、他の 9 個の三角形は残らないような、4 本の消し方は何通りか。
- (4) ちょうど 1 個の三角形だけが残るような、4 本の辺の消し方は何通りか。



論理的な思考力を問う問題である。(1)は全ての点が出す辺が 2 本以下であるとして背理法を用いて考えることができる。

(2)以後の問題について、そのまま考えてもよいが、三角形どうしが重なって混乱する生徒もいる。できるだけ三角形が重ならないように、平面上という前提を無視して 3D-GRAPES で表した。

立体にして、全体をぐるぐる動かしながら辺の表示・非表示をしたり、三角形を塗りつぶしたりして説明をするとイメージしやすい。

