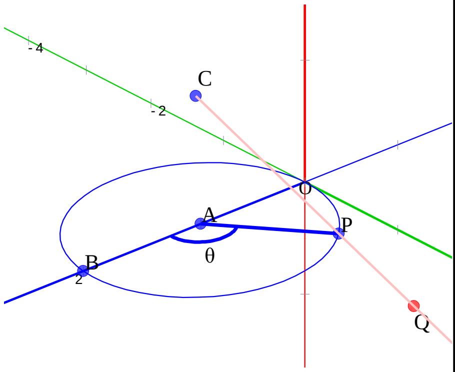
愛知県高等学校数学研究会
数 学 科 教 育 情 報 委 員 会

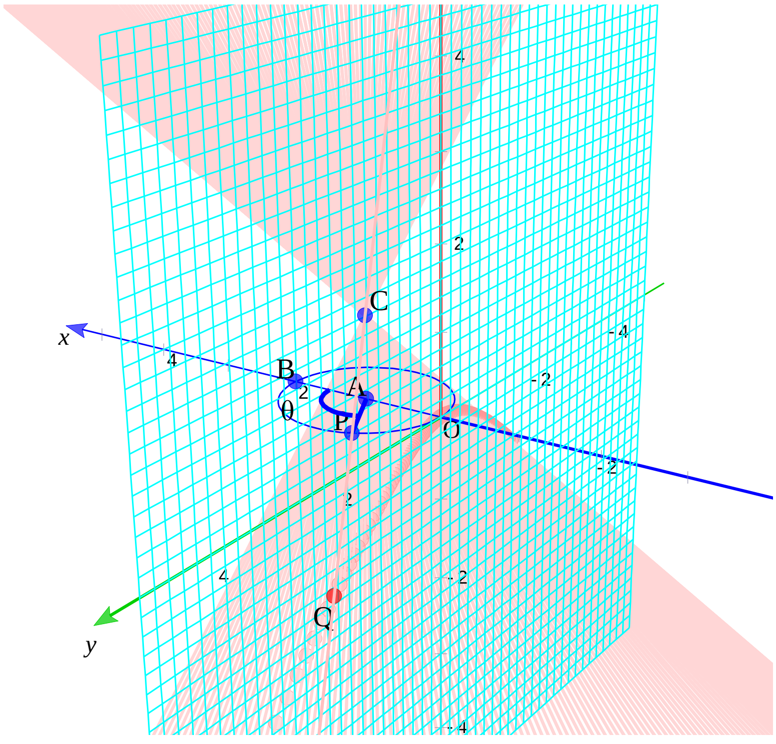
数Ⅲ **【平面上の曲線と複素数】双曲線**

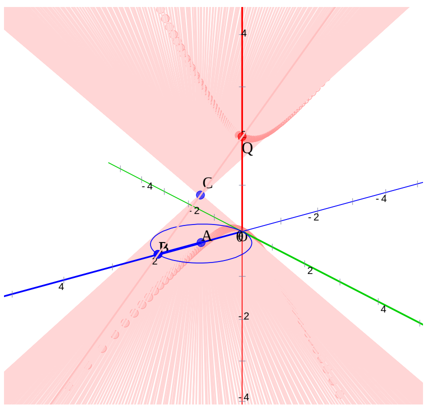
2015 佐賀大学　理工【３】

点 O を原点とし，x 軸，y 軸，z 軸を座標軸とする座標空間において。３点 $A(1,0,0)$，$B(2,0,0)$，$C(1,0,1)$ がある。
点 A を中心とする xy 平面上の半径1の円周上に点 P をとり，図のように $\theta = \angle BAP$ とおく。ただし $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{2}\pi$ とする。
また，直線 CP と yz 平面の交点を Q とおく。このとき次の問に答えよ。



(1) 点 P の座標を θ を用いてあらわせ。
(2) 点 Q の座標を θ を用いてあらわせ。
(3) θ が $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{2}\pi$ の範囲で変化するとき，yz 平面における点 Q の軌跡の方程式を求め、その概形を図示せよ。





直線 CP の軌跡は頂点で向かい合う円錐となるので、母線に平行でない平面である yz 平面での切り口は双曲線となる。
$\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{2}\pi$ に限定しているので片側だけとなるが、むしろ θ を制限せずに両側を見せた方が、放物線ではなく双曲線であることが分かると思う。
円錐曲線の復習に最適な教材と言える。