

数Ⅲ 【微分法】関数の増減と極値

2015 京都大学 理・医・薬・工・農・総合人間(理系)・教育(理系)・経済

一边の長さが 1 の正四面体 ABCD において、P を辺 AB の中点とし、点 Q が辺 AC 上を動くとする。  
このとき、 $\cos \angle PDQ$  の最大値を求めよ。

3D-GRAPES は図形をイメージするのに役に立つツールである。この問題も文章だけ読むよりも図形が目に見える方が説明しやすい。また、角度や長さを表示させれば、説明の方法も広がる。

動点が設定できるので、実際に点 Q を動かしながら、 $\angle PDQ$  の変化を確認することができる。この問題では  $\cos \angle PDQ$  が最大になるのは  $\angle PDQ$  が最小のときなので点 Q を動かして探すこともできる。

下の図は、 $\angle PQA$  との関係を確かめたときのもので、線分 PQ の長さが最小になるときが求める解ではないことを確認することもできる。

