

数Ⅰ 【図形と計量】 図形の計量

2015 東北大学 理系【5】

$t > 0$ を実数とする。座標平面において、3点 $A(-2, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 、 $P(t, \sqrt{3}t)$ を頂点とする三角形

ABP を考える。

- (1) 三角形 ABP が鋭角三角形となるような t の範囲を求めよ。
- (2) 三角形 ABP の垂心の座標を求めよ。
- (3) 辺 AB 、 BP 、 PA の中点をそれぞれ M 、 Q 、 R とおく。 t が (1) で求めた範囲を動くとき、三角形 ABP を線分 MQ 、 QR 、 RM で折り曲げてできる四面体の体積の最大値と、そのときの t の値を求めよ。

解いていくと (1) $1 < t < 2$ 、(2) 垂心

$H\left(t, \frac{4-t^2}{\sqrt{3}t}\right)$ となる。(3) で四面体を考える

ことになるが、四面体の頂点が垂心 H の真上にくることを理解できているかを問う問題である。

GeoGebra には非常に多くのコマンドが用意されているが、多面体の展開図を表示させるコマンドもある。四面体の頂点と垂心 H の位置関係が分かりやすく表示できるだろう。

