

数 I 【図形と計量】図形の計量

2015 東北大学 理系【5】

$t > 0$  を実数とする。座標平面において、3点  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $P(t, \sqrt{3}t)$  を頂点とする三角形  $ABP$  を考える。

- (1) 三角形  $ABP$  が鋭角三角形となるような  $t$  の範囲を求めよ。
- (2) 三角形  $ABP$  の垂心の座標を求めよ。
- (3) 辺  $AB$ ,  $BP$ ,  $PA$  の中点をそれぞれ  $M$ ,  $Q$ ,  $R$  とおく。 $t$  が(1)で求めた範囲を動くとき、三角形  $ABP$  を線分  $MQ$ ,  $QR$ ,  $RM$  で折り曲げてできる四面体の体積の最大値と、そのときの  $t$  の値を求めよ。

解いていくと (1)  $1 < t < 2$ , (2) 垂心

$H\left(t, \frac{4-t^2}{\sqrt{3}t}\right)$  となる。(3) で四面体を考える

ことになるが、四面体の頂点が垂心  $H$  の真上にくることを理解できているかを問う問題である。

GeoGebra には非常に多くのコマンドが用意されているが、多面体の展開図を表示させるコマンドもある。四面体の頂点と垂心  $H$  の位置関係が分かりやすく表示できるだろう。

