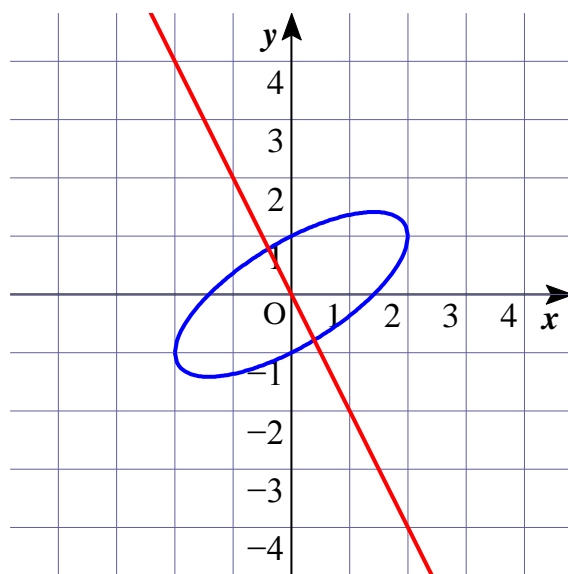


2016 中京大学 工学部【1】

実数 x, y が $x^2 - 2xy + y^2 - 2 = 0$ を満たすとき、関数 $f(x) = x^2 - 6x + 10$ の最小値は(ア)であり、 $2x + y$ の最大値は $\sqrt{\text{イウ}}$ である。 ※ア、イ、ウには1桁の数が入るマーク式問題

前半の問題を解くには $x^2 - 2xy + y^2 - 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$ の式から x の範囲を求めればよい。そのため、 $\textcircled{1}$ を y についての2次方程式と見なし、実数条件(判別式 ≥ 0) からまず x の範囲を求め、その範囲で $f(x)$ の値域を考えればよい。また、後半については $2x + y = a \cdots \textcircled{2}$ とおき、 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ から y を消去して x の2次方程式を作って実数条件(判別式 ≥ 0) に持ち込むのが一般的な解法であろう。

ところで、 $\textcircled{1}$ はどんな図形を表すのであろうか。計算で求めるのは少々大変であるが、Grapes の陰関数を使えば、簡単に描くことができる。



青のグラフが $\textcircled{1}$ のグラフである。このグラフが楕円を表し、 x の範囲が $-2 \leq x \leq 2$ であることもわかる。また、赤のグラフは $\textcircled{2}$ のグラフであり、パラメータ a を動かすと直線のグラフが平行移動する。 $\textcircled{2}$ のグラフが右上で $\textcircled{1}$ のグラフと接するとき、 $2x + y$ の値が最大値をとることがわかる。